

О. Л. Головков, Г. А. Купцова, В. А. Степанов

**ВЛИЯНИЕ ПОТЕРЬ, ВЫЗВАННЫХ
ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЕМ В YAG-КРИСТАЛЛЕ,
НА ГЕНЕРАЦИЮ ДВУХ ДЛИН ВОЛН 1064,15 И 1061,5 НМ**

Аннотация. Цель работы: определение необходимой разницы потерь между длинами волн 1064,15 и 1061,5 нм, вызванных двулучепреломлением в кристалле YAG, для устойчивой генерации двух длин волн. Приведено решение системы уравнений Танга, Статца и Демарса, описывающей генерацию Nd:YAG-лазером, имеющим три контура усиления на длинах волн 1064,15, 1064,4 и 1061,5 нм и генерирующим с двух штарковских подуровней мультиплета $^4F_{3/2}$. Было показано, что режим двухволновой генерации возникает, когда разница внутрирезонаторных потерь для длин волн 1064,15 и 1061,5 нм превышает 0,07. Такой уровень потерь возможен при наличии двулучепреломления в кристалле YAG и наличии поляризующего элемента внутри резонатора (окна Брюстера). В результате расчетов было показано, что для устойчивой генерации двух длин волн 1064,15 и 1061,5 нм достаточно наличие разности потерь для указанных длин волн 0,07.

Ключевые слова: двулучепреломление, YAG:Nd³⁺-кристалл.

O. L. Golovkov, G. A. Kuptsova, V. A. Stepanov

**THE INFLUENCE OF LOSSES CAUSED
BY BIREFRINGENT IN YAG-CRYSTAL ON GENERATION
OF WAVES OF 1064.15 AND 1061.5 NM LENGTH**

Abstract. The article aims at determination of the required difference of losses between wave lengths of 1064,15 and 1061,5 nm caused by birefringent in YAG-crystal on generation of 2 wave lengths. The authors adduce a solution of the equation system of Tang – Stats – Demars, describing the generation by Nd:YAG-laser, having three amplification contours on wavelengths of 1064,15, 1064,4 and 1061,5 nanometers and generating from two stark sublevels of a multiplet $^4F_{3/2}$. It is shown that the mode of dual wavelength generation occurs when the difference of intracavity losses for wavelengths of 1064,15 and 1061,5 nanometers exceeds 0,07. Such level of losses may occur in presence of birefringement in YAG crystal and in presence of a polarizing element inside a resonator (Brewster window). The calculation results show that for stable generation of two wavelengths of 1064,15 and 1061,5 nanometers it is sufficient to have a difference of losses for said wavelengths being 0,07.

Key words: birefringent, YAG:Nd³⁺-crystal.

Введение

Известно, что при комнатной температуре одновременная генерация на длинах волн 1064,15 и 1061,5 нм YAG:Nd³⁺-лазером, генерирующим множество продольных мод, возможна при выполнении следующих условий:

- YAG:Nd³⁺-кристалл должен обладать собственным двулучепреломлением;
- ориентация кристалла должна обеспечивать максимальное двулучепреломление для плоскости поляризации, генерируемой лазером;

– плоскость поляризации накачки должна быть ортогональна поляризации генерации, задаваемой ориентацией окна Брюстера [1].

В данной работе проведен теоретический анализ, объясняющий причину генерации на длинах волн 1064,15 и 1061,5 нм YAG:Nd³⁺-лазера при температуре 300 К.

Математическое описание

Анализируя структуру энергетических подуровней иона неодима в кристаллической решетке YAG для мультиплетов $^4F_{3/2}$ и $^4I_{11/2}$ [2], видим, что генерация на $\lambda = 1064,15$ нм идет с более высокого подуровня A (11507 см^{-1}), чем генерация на $\lambda = 1061,5$ нм и $\lambda = 1064,4$ нм подуровень B (11423 см^{-1}). Ширины линий усиления на $\lambda = 1064,15$, $1061,5$ и $1064,4$ нм одинаковы. Усиление на $\lambda = 1064,15$ нм (сечение $\sigma_1 = 7,1 \times 10^{-19} \text{ см}^2$) выше усиления на $\lambda = 1061,5$ нм (сечение $\sigma_2 = 4,7 \times 10^{-19} \text{ см}^2$) и усиления на $\lambda = 1064,4$ нм (сечение $\sigma_2 = 1,9 \times 10^{-19} \text{ см}^2$).

Для теоретического объяснения одновременной генерации двух длин волн 1064,15 и 1061,5 нм использовалась модель, основанная на системе уравнений Танга, Статца и Де Марса [3]. Система уравнений для случая трех линий усиления имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dm_k}{d\tau} &= Gm_k \left[g_k^{(1)} (n_0 + n_k) + (g_k^{(2)} + g_k^{(3)}) (n'_0 + n'_k) - 1 - \beta_k \right], \\ \frac{dn_0}{d\tau} &= A - n_0 \left(1 + \sum_{m=1}^M g_m^{(1)} m_m \right) - \sum_{m=1}^M g_m^{(1)} m_m n_m, \\ \frac{dn_k}{d\tau} &= -n_k \left(1 + \sum_{m=1}^M g_m^{(1)} m_m \right) - \frac{1}{2} g_k^{(1)} m_k n_0, \\ \frac{dn'_0}{d\tau} &= A' - n'_0 \left(1 + \sum_{m=1}^M (g_k^{(2)} + g_k^{(3)}) m_m \right) - \sum_{m=1}^M (g_k^{(2)} + g_k^{(3)}) m_m n'_m, \\ \frac{dn'_k}{d\tau} &= -n'_k \left(1 + \sum_{m=1}^M (g_k^{(2)} + g_k^{(3)}) m_m \right) - \frac{1}{2} (g_k^{(2)} + g_k^{(3)}) m_k n'_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где m_k – интенсивность k -й генерируемой продольной моды; β_k – потери k -й продольной моды; A и A' – параметр накачки на подуровень A и B мультиплетта $^4F_{3/2}$; n_0 и n_k – пространственно однородная инверсия и ее решетки на переходе с верхним рабочим подуровнем A ; n'_0 и n'_k – пространственно однородная инверсия и ее решетки на переходе с верхним рабочим подуровнем B ; M – число продольных мод; $G = 2k / \gamma_{\parallel}$, $\tau = t / \gamma_{\parallel}$, γ_{\parallel} и k – скорости релаксации инверсии населенности и поля в резонаторе; g_k – нормированные лоренцевы функции формы линий, равные

$$g_k^{(1)} = \left[1 + ((p-k)\Delta_0 - \Delta)^2 \right]^{-1}, \quad g_k^{(2)} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \left[1 + ((p-k)\Delta_0 - \Delta + \Delta_2)^2 \right]^{-1},$$

$$g_k^{(3)} = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \left[1 + ((p-k)\Delta_0 - \Delta + \Delta_3)^2 \right]^{-1},$$

$$\Delta_0 = \frac{\omega_{k+1} - \omega_k}{\gamma_{\perp}}, \quad \Delta = \frac{\omega_0^{(1)} - \omega_p}{\gamma_{\perp}},$$

$$\Delta_2 = \frac{\omega_0^{(2)} - \omega_0^{(1)}}{\gamma_{\perp}}, \quad \Delta_3 = \frac{\omega_0^{(3)} - \omega_0^{(1)}}{\gamma_{\perp}}, \quad (2)$$

где γ_{\perp} – скорость релаксации поляризации (равная полуширине однородной линии усиления); Δ_0 – межмодовый интервал; $\omega_0^{(1)}$ – центр сильной линии усиления ($\lambda = 1064,15$ нм); ω_p – частота ближайшей продольной моды с номером p ; Δ – отстройка продольной моды с номером p от центра сильной линии усиления; $\omega_0^{(2)}$ – центр линии усиления с $\lambda = 1061,5$ нм; $\omega_0^{(3)}$ – центр линии усиления с $\lambda = 1064,4$ нм.

Так как время кросс-релаксации между подуровнями мультиплета ${}^4F_{3/2}$ менее 10^{-7} с, а время «жизни» мультиплета ${}^4F_{3/2}$ равно $2,5 \cdot 10^{-4}$ с, то справедливы следующие предположения:

- параметры накачки A и A' для подуровней мультиплета ${}^4F_{3/2}$ подчиняются распределению Больцмана;
- пространственно однородные инверсии подуровней мультиплета ${}^4F_{3/2}$ n_0 и n'_0 подчиняются распределению Больцмана.

Аналитического решения системы уравнений (1) не существует. Решение системы уравнений (1) для стационарного случая имеет вид

$$n_0 = A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^n I_n - n'_0, \quad n'_k = \frac{F1 \left(\frac{1 + \beta_k - (g_k^{(2)} + g_k^{(3)})n'_0}{g_k^{(1)}} - n_0 \right)}{F2 + F1 \left(\frac{g_k^{(2)} + g_k^{(3)}}{g_k^{(1)}} \right)},$$

$$n_k = \frac{1 + \beta_k - (g_k^{(2)} + g_k^{(3)})(n'_0 + n'_k)}{g_k^{(1)}} - n_0, \quad (3)$$

где

$$F1 = (g_k^{(2)} + g_k^{(3)}) \left(1 + \sum_{m=1}^M g_m^{(1)} m_m \right) n'_0, \quad F2 = \left(1 + \sum_{m=1}^M (g_m^{(2)} + g_m^{(3)}) m_m \right) g_k^{(1)} n_0.$$

Введя величину $w = \frac{n_0}{n'_0} = \exp\left(\frac{E_B - E_A}{k_B T}\right)$, где E_A и E_B – энергии подуровней A и B ; k_B – постоянная Больцмана, можно провести разделение переменных первого уравнения системы уравнений (3) в виде

$$n'_0 = \frac{1}{1+w} \left(A + A' - (1+\beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right), \quad n_0 = \frac{w}{1+w} \left(A + A' - (1+\beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right). \quad (4)$$

Результаты расчетов

Далее представлены результаты решения системы уравнений (3) с учетом разделения переменных (4) для разных случаев.

На рис. 1 представлен модовый состав излучения YAG:Nd³⁺-лазера в зависимости от параметра накачки для следующих условий: межмодовый интервал $\Delta_0 = 0,05$ (соответствует резонатору длиной 30 мм), температура кристалла $T = 250$ К, потери неселективные $\beta_k = 0,15$ (соответствует потерям на выходном зеркале).

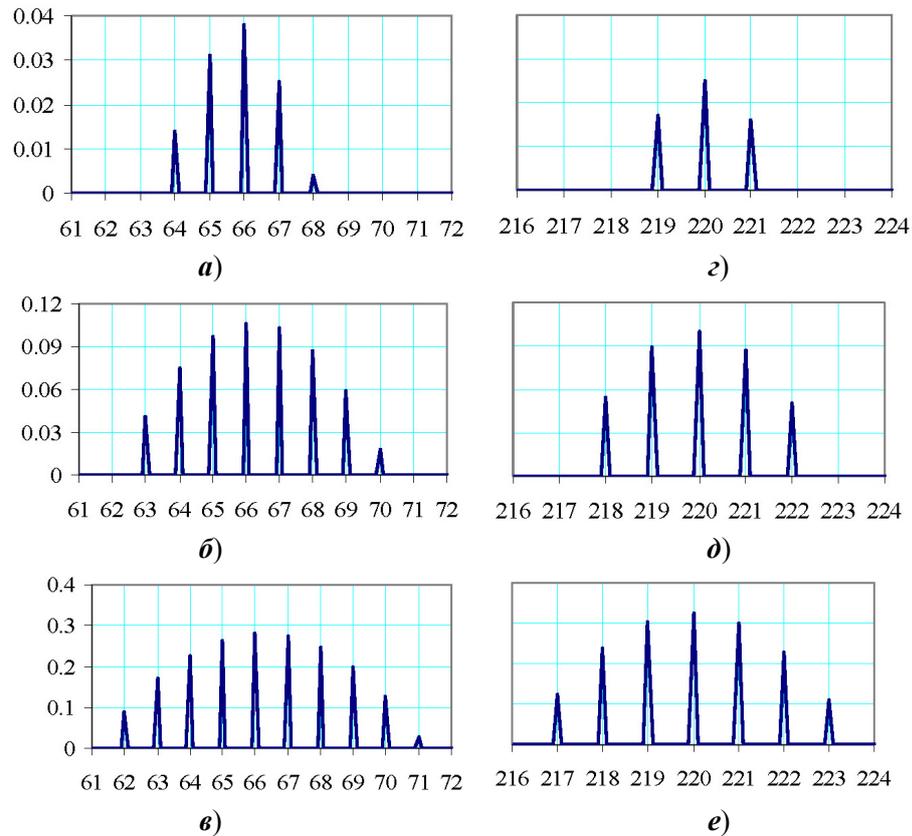


Рис. 1. Зависимость модового состава излучения YAG:Nd³⁺-лазера на длине волны 1064,15 нм (а-в) и длине волны 1061,5 нм (z-е) при температуре кристалла $T = 250$ К от мощности накачки: $A = 5$ (а, z); $A = 7,5$ (б, д); $A = 15$ (в, е)

Из рис. 1 видно, что при температуре 250 К происходит одновременная генерация двух длин волн, при этом с ростом мощности накачки (параметра накачки $A + A'$) происходит перераспределение мощности в сторону увеличения относительной мощности на длине волны 1061,5 нм. Также заметно смещение максимальной моды относительно центра усиления на длине волны

1061,15 нм на 4 моды ($\Delta = 0,2$), что обусловлено влиянием слабой компоненты усиления на длине волны 1064,4 нм, отстоящей от центра усиления сильной компоненты спектра на величину $\Delta = 0,9$.

Данные, полученные в результате расчетов системы уравнений (3), не противоречат общепринятым известным данным [3, 4].

Дальнейшие расчеты показали, что при температуре 300 К генерация на длине волны 1061,5 нм отсутствует независимо от мощности накачки. Основной причиной подавления генерации на длине волны 1061,5 нм является наличие слабой компоненты усиления 1064,4 нм, так как при $g_k^{(3)} = 0$ реализуется генерация на двух длинах волн 1064,15 и 1061,5 нм одновременно.

Установлено, что одновременная генерация на двух длинах волн при комнатной температуре осуществляется при наличии значительного двулучепреломления [1]. Так как исследовались YAG:Nd³⁺-кристаллы длиной 10 мм, то было проверено предположение, что потери β_k могут быть различны для разных длин волн.

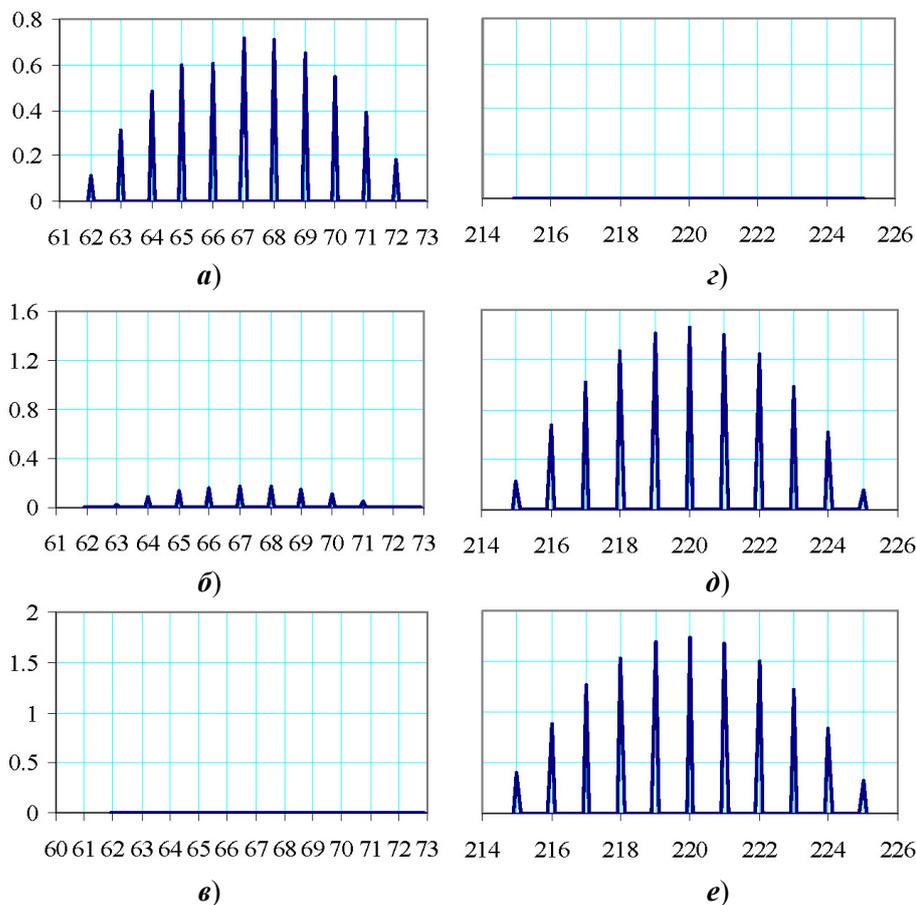


Рис. 2. Зависимость модового состава излучения YAG:Nd³⁺-лазера на длине волны 1064,15 нм (а–в) и длине волны 1061,5 нм (z–е), от потерь на длине волны 1064,15 нм: $\beta_k = 0,175$ (а, z); $\beta_k = 0,2$ (б, д); $\beta_k = 0,225$ (в, е), при потерях на длине волны 1061,5 нм $\beta_k = 0,15$

На рис. 2 представлены результаты расчета модового состава излучения YAG:Nd³⁺-лазера на длине волны 1064,15 нм и длине волны 1061,5 нм в зависимости от роста потерь на длине волны 1064,15 нм при следующих постоянных условиях: потери на длине волны 1061,5 нм $\beta_k = 0,15$, мощность накачки (параметр накачки $A = 15$), межмодовый интервал $\Delta_0 = 0,05$, температура кристалла $T = 300$ К.

Как видно из рис. 2, при превышении уровня потерь на длине волны 1064,15 нм над уровнем потерь на длине волны 1061,4 нм на величину более 0,05 происходит резкий перескок генерации на длину волны 1061,5 нм. В реальных условиях перескок не наблюдается, а наблюдается одновременная генерация двух длин волн. Это обусловлено тем, что генерация осуществляется по всей длине YAG-кристалла, поэтому при прохождении излучения через окно Брюстера потери, вызванные двулучепреломлением, для разных сечений YAG-кристалла разные.

Заключение

В результате теоретического анализа была представлена математическая модель многомодовой генерации YAG:Nd³⁺-лазера, имеющего три близких линии усиления. Показано влияние слабой компоненты усиления (1064,4 нм) на генерацию второй длины волны (1061,5 нм). Показано влияние потерь, вызванных двулучепреломлением кристалла YAG, на одновременную генерацию двух длин волн 1064,15 и 1061,5 нм при комнатной температуре (300 К).

Список литературы

1. **Головков, О. Л.** Непрерывная генерация двух длин волн 1064,15 и 1061,5 нм Nd:YAG-лазером / О. Л. Головков, Г. А. Купцова, В. А. Степанов // Физика лазерных процессов и применение : сб. науч. тр. Междунар. науч. семинара (Россия – Китай). – Рязань : РГУ им. С. А. Есенина, 2012. – С. 60–64.
2. **Каминский, А. А.** Лазерные кристаллы / А. А. Каминский. – М. : Наука, 1975. – 256 с.
3. **Ханин, Я. И.** Основы динамики лазеров / Я. И. Ханин. – М. : Наука, Физматлит, 1999. – 360 с.
4. **Мезенов, А. В.** Термооптика твердотельных лазеров / А. В. Мезенов, Л. Н. Сомс, А. И. Степанов. – Л. : Машиностроение, 1986. – 199 с.

References

1. Golovkov O. L., Kuptsova G. A., Stepanov V. A. *Fizika lazernykh protsessov i primeneniye : sb. nauch. Tr. Mezhdunar. nauch. seminara (Rossiya – Kitay)* [Physics of laser processes and application: proceedings of the International scientific seminar (Russia - China)]. Ryazan: RGU im. S. A. Esenina, 2012, pp. 60–64.
2. Kaminskiy A. A. *Lazernye kristally* [Laser crystals]. Moscow: Nauka, 1975, 256 p.
3. Khanin Ya. I. *Osnovy dinamiki lazerov* [Fundamentals of laser dynamics]. Moscow: Nauka, Fizmatlit, 1999, 360 p.
4. Mezenov A. V., Soms L. N., Stepanov A. I. *Termooptika tverdotel'nykh lazerov* [Thermal optics of solid-state lasers]. Leningrad: Mashinostroenie, 1986, 199 p.

Головков Олег Леонидович

кандидат физико-математических наук,
докторант кафедры общей
и теоретической физики и методики
преподавания физики, Рязанский
государственный университет
имени С. А. Есенина
(г. Рязань, ул. Свободы, 46)

E-mail: golovkow@mail.ru

Golovkov Oleg Leonidovich

Candidate of physical and mathematical
sciences, doctor degree applicant,
sub-department of general and theoretical
physics and physics teaching technique,
Ryazan State University named after
S. A. Esenin (Ryazan, 46 Svobody str.)

Купцова Галина Александровна

аспирант, Рязанский государственный
университет имени С. А. Есенина
(г. Рязань, ул. Свободы, 46)

E-mail: golovkow@mail.ru

Kuptsova Galina Aleksandrovna

Postgraduate student, Ryazan State
University named after S. A. Esenin
(Ryazan, 46 Svobody str.)

Степанов Владимир Анатольевич

доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой общей
и теоретической физики и методики
преподавания физики, Рязанский
государственный университет
имени С. А. Есенина (г. Рязань,
ул. Свободы, 46)

E-mail: golovkow@mail.ru

Stepanov Vladimir Anatol'evich

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, head of sub-department
of general and theoretical physics
and physics teaching technique,
Ryazan State University named
after S. A. Esenin (Ryazan, 46 Svobody str.)

УДК 621.373.826

Головков, О. Л.

Влияние потерь, вызванных двулучепреломлением в YAG-кристалле, на генерацию двух длин волн 1064,15 и 1061,5 нм / О. Л. Головков, Г. А. Купцова, В. А. Степанов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2013. – № 2 (26). – С. 171–177.